

経営分析研究
第38巻第1号（通巻38号）
202X年X月
pp. X-XX

日本経営分析学会
日本経済会計学会

企業価値評価モデルの展開： 残余利益モデルのその後

中 條 良 美(阪南大学)
椎 葉 淳(大阪大学)

2025年4月3日受付；2025年6月13日改訂稿受付；2025年7月9日論文受理；
202X年X月X日オンライン利用可能

Abstract

会計情報をもちいた企業価値評価モデルとしては、残余利益モデル（RIM）がもつとも代表的であるが、Ohlson and Juettner-Nauroth（2005）で示されたOJモデルも実証研究において利用されるなど注目されている。両者はやや別々に理解されていたが、これらを統一的に説明し、さらに別の企業価値評価モデルも提示している研究にLai（2015；2020）がある。本稿ではまず、Lai（2015；2020）をベースにして、残余利益モデル以降の企業価値評価モデルを理論的に整理し、相互関係を明らかにする。とくに、理論的には、RIMから残余利益成長モデル（RIGM）や残余利益成長の成長モデル（RIGGM）への展開は仮定なしに導出されたあらたな重要なモデルと捉えられる傾向もあるが、形式的な書き換えにすぎないことを議論する。さらに、RIM、RIGM、およびRIGGMの3つのモデルについて、それぞれの鍵となる変数に対して仮定をおいたうえで、バイアスと正確度の観点からそれらのパフォーマンスを実証的に評価する。

Keywords：残余利益モデル、残余利益成長モデル、残余利益成長の成長モデル、バイアス、正確度

【謝辞】 2024年2月に開催された第15回TGH会計ファイナンス研究会において、福井義高教授（青山学院大学）、小野慎一郎教授（東北学院大学）から、2025年1月の日本経済会計学会第5回秋季大会における第40回経営分析カンファレンスでは、コメンテーターの奥田真也教授（名古屋市立大学）、報告に対して質問をいただいた石川博行教授（大阪公立大学）、太田康広教授（慶應義塾大学）、奥村雅史教授（早稲田大学）および村宮克彦教授（大阪大学）、さらに本誌への投稿時には匿名の査読者から、本稿の内容に関してそれぞれ有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝の意を表する。また、同カンファレンスの司会者であり、本誌編集委員長である浅野敬志教授（慶應義塾大学）にも感謝申し上げます。なお、中條はJSPS科研費JP24K05194、椎葉はJSPS科研費JP23K25563をそれぞれ受けている。

Corresponding Author: Yoshimi Chujo, Faculty of Information Sciences, Hannan University, 5-4-33 Amamihigashi Matsubara-shi, Osaka, 580-8502, Japan.

中條良美 阪南大学 総合情報学部 〒580-8502 大阪府松原市天美東5-4-33

E-mail : chujo@hannan-u.ac.jp

©2020 The Japanese Society for Business Analysis and The Japanese Association for Research in Disclosure
All rights reserved.

The Journal of Business Analysis

Vol. 38, Issue. 1 (No. 38)

XXXX 202X

pp. X-XX

The Japanese Society for Business Analysis

The Accounting and Economic Association of Japan

On the Development of Accounting Valuation Models: Residual Income Model and Beyond

Yoshimi Chujo, Hannan University

Atsushi Shiiba, Osaka University

Submitted April 3, 2025; Revised June 13, 2025;

Accepted July 9, 2025; Available online XXX, X, 202X

Abstract

The Residual Income Model (RIM) is one of the most widely used accounting-based valuation models. Meanwhile, the OJ model introduced by Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) has also received considerable attention in empirical research. Although these two models are typically understood within somewhat different contexts, Lai (2015; 2020) provides a unified theoretical framework that encompasses both and proposes a more advanced valuation model. Drawing on Lai (2015; 2020), this paper first explores the theoretical relationships among post-RIM valuation models. Contrary to claims that the Residual Income Growth Model (RIGM) and the Residual Income Growth-Growth Model (RIGGM) are novel and important valuation models developed without additional assumptions, this paper argues that they are merely reformulations of the RIM. Furthermore, this paper empirically evaluates the performance of the RIM, RIGM, and RIGGM in terms of bias and accuracy, under specific assumptions about the dynamics of the key variables in each model.

Keywords: RIM, RIGM, RIGGM, bias, accuracy

I. はじめに

公開された会計情報からいかに客観的な企業の価値を計測するかは、会計研究だけでなく実務にも広く共有されている疑問である。このとき、会計情報をもちいた企業価値の評価モデルとして中心的な役割を果たしてきたのが、評価時点の株主資本簿価と将来の残余利益をもとに企業価値を推計する残余利益モデルである。市場競争による超過利潤の減衰過程を将来の残余利益の変化に応用することで、現在の会計情報によって企業価値を構成したOhlson (1995) の評価モデルを契機として、この残余利益モ

デルには大きな関心が寄せられるようになった。

この残余利益モデルは、株価と会計情報の関連性をめぐる研究（e.g., Penman and Sougiannis, 1998; Francis, Olsson, and Oswald, 2000）だけでなく、投資家が見落としている価値を既存の会計情報に求める研究（e.g., Frankel and Lee, 1998; 村宮, 2008）にも応用されてきた¹⁾。とくに、現実の株価との比較において、残余利益モデルが将来キャッシュ・フローをもとに企業価値を測定する伝統的な評価モデルよりも、正確性に優れていることが明らかにされている。その意味で残余利益には、価値評価のインプットとして、現在でも特別な地位が確立されている。

他方で、Ohlson and Juettner-Nauroth（2005）で展開された評価モデルも、将来における利益そのものの成長に焦点を合わせることで、実用に適した企業価値評価のツールとして認知されている（e.g., Penman, 2012）。そこでは、1期先の予想利益を割引率で資本還元した大きさがベンチマークとされるため、株価収益率（PER）といった乗数の構成要素の理解に役立つ²⁾。ただし、観測された株価とどれだけ近似した値を導けるかについて、この評価モデルは残余利益モデルを超えるパフォーマンスを示していない事実が報告されている（e.g., Gode and Mohanram, 2003; Jorgensen, Lee, and Yoo, 2011; 矢内, 2008）。

これまで、残余利益モデルと Ohlson and Juettner-Nauroth（2005）の評価モデルは、数式上の同等性はともかく、その適用に際しては性質が異なるものと理解する向きがあった。しかし、Lai（2015; 2020）では、両者の評価モデルを統一した文脈で整理するとともに、そこでの議論を応用して、別個の評価モデルを提案している。本稿の目的は、第一にこの Lai（2015; 2020）を下敷きにして、上記ふたつの評価モデルが株主資本簿価と残余利益という、残余利益モデルを構成する主要な変数を媒介として、同じ評価モデルの生成プロセスから導出される³⁾ことを説明することにある。

とりわけ、株主資本簿価の期中変動を当期純利益と配当支払額によって説明するクリーン・サープラス関係を前提とすることで、Ohlson and Juettner-Nauroth（2005）の評価モデルは、将来における残余利益の成長（残余利益の一階の差分）を予測対象とする評価モデルに改められる。すなわち、Lai（2015; 2020）は、株主資本簿価と1期先の残余利益まで、残余利益モデルと価値評価の文脈を共有しつつ、2期先以降の異常利益成長が、残余利益の一階の差分によって置き換えられることを明らかにしている。

本稿ではさらに、Lai（2015; 2020）の含意から、配当や残余利益といった将来のペイオフを無限期間にわたって割り引く評価モデルは、1期先のペイオフとその一階の差分を構成要素とするかたちに変更することが可能であることを指摘する。ここで、同様の操作を繰り返して、後者の一階の差分の割引現在価値の部分に適宜置き換えることによって、二階の差分から構成されるあらたな評価モデルが生成されることになる。Lai（2020）で提示された残余利益成長のさらに「成長」に焦点を合わせた評価モデルは、そのひとつの事例である。

そうすると、この操作によっていくらかでも書き換えられた評価モデル群について、それらをあらたな評価モデルとして位置づけること自体に疑問が生じるのではないであろうか。具体例を示すとすれば、割引配当モデルについて、追加的な仮定なしで、次式が一般に成立する。

$$V_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} = \frac{E_t[D_{t+1}]}{r} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta D_{t+i+1}]}{(1+r)^i}.$$

このような書き換えによって導出された右辺の評価モデルについて、あらたな評価モデルとして割引配当成長モデルを提示したとしても、それは割引配当モデルと同等の重要性をもつモデルとして評価すべきものであろうか。本稿では、まずこの点について議論する。

また本稿の第二の目的は、こうした高次の差分に依存した評価モデルの実証的な役割を考えることにある。本稿で注目する評価モデルの基本式は、理論的には同値であるものの、実証的にはターミナル・バリューの計算において一定成長とする鍵となる変数は、残余利益、残余利益成長（残余利益の一階の差分）、あるいは残余利益成長の成長（残余利益の二階の差分）となっているため、そのパフォーマンスは異なる可能性がある。

そこで、上場企業の財務情報もちいて、残余利益モデル、残余利益成長モデルとして再定義される Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) の評価モデル、および Lai (2020) で展開された残余利益成長の成長モデルの実証的なパフォーマンスを検証する。もし、高次の差分を変数として含めても、企業価値評価の正確性が向上しないのであれば、この方向での評価モデルの改良は、表現形式が複雑になるだけで実務的な用途に適さなくなるおそれがある。したがって、企業価値評価モデルにおける最適な残余利益の差分について洞察を与えることが、本研究の実証分析の目標である。

実証分析においては、分析に必要なデータがすべて揃うのべ58,464個の上場企業のサンプルを対象に、3つの評価モデルを推計したうえで、時価総額からの乖離の程度をバイアスと正確度という指標によって測定した。このとき、中心的なインプットとなる変数は、将来5年間で当該年度の全サンプルの中央値にそれぞれ回帰することを仮定している。このような前提条件のもとに企業価値を推計した結果、正確性を特徴づけるあらゆる指標について、残余利益モデルが他のふたつの評価モデルよりすぐれていた。少なくとも、残余利益の差分をとることに対する資本市場参加者の関心は薄いと判断される。

以降の本稿の構成は、つぎのとおりである。まず、第Ⅱ節で残余利益モデル、Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) および Lai (2020) の評価モデルを説明するとともに、残余利益成長モデルおよび残余利益成長の成長モデルとの関係について議論する。第Ⅲ節では、残余利益の成長モデルを中心に、鍵となる変数の差分をとる評価モデルの問題点について論じる。つづく第Ⅳ節では、提起された問題意識をもとに、異なる評価モデルの間で正確性を比較する。一連の分析から導かれる結論と残された課題については、第Ⅴ節に要約される。

Ⅱ．企業価値評価モデル

1. 残余利益モデル

まず、残余利益モデル (residual income model: RIM) によれば、企業価値 V_t はつぎの (1) 式のよう表現される。

$$V_t = Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[X_{t+i}^a]}{(1+r)^i} \quad (1)$$

このとき、 Y_t は t 時点（評価時点）における株主資本簿価、 X_{t+i}^a は $t+i$ 期の残余利益、 $E_t[\cdot]$ は期待値のオペレータである。 r は割引率であり、期間を通じて一定であると仮定する。なお、 $X_{t+i}^a \equiv X_{t+i} - rY_{t+i-1}$ 、

X_{t+i} は $t+i$ 期の利益である。(1) 式によって与えられる RIM において、残余利益の算出をはじめ株主資本簿価の果たす役割の大きさに鑑みれば、貸借対照表ベースの評価モデルとして位置づけられる。

もとより、無限期間にわたって将来の残余利益を予想することはできないので、実証研究では一定期間後に残余利益が一定の割合で成長することを仮定したうえで、ターミナル・バリューを推計する⁴⁾。もっとも単純なケースとして、成長率を仮定せずに、1 期先の残余利益がそれ以降も恒久的に獲得されるものと考えれば、(1) 式はつぎのように改められる。

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+i}^a]}{r}. \quad (2)$$

単純ではあるものの、(2) 式は株式投資戦略の効果を検証した先行研究で広く活用されている (e.g., Frankel and Lee, 1998; 村宮, 2008)。この (2) 式は、次節以降で論じる残余利益の差分を変数とする評価モデルを考える際に、有益なベンチマークを与える。

周知のようにこのモデルは、将来予想される配当の流列 D_{t+i} ($i = 1, 2, \dots$) の割引現在価値の合計によって企業価値を表現する割引配当モデル (discounted dividend model: DDM)、

$$V_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i}, \quad (3)$$

に、下記 (4) 式のクリーン・サープラス関係 (clean surplus relation: CSR) を適用することで求められる。

$$Y_{t+i} = Y_{t+i-1} + X_{t+i} - D_{t+i}. \quad (4)$$

ここでは、 $t+i$ 期における株主資本簿価の変動は、同じ期間の利益と配当によって説明される。この CSR を前提とすれば、 $t+i$ 期の残余利益は以下の (5) 式のとおり、株主資本簿価の異常成長額 ABG_{t+i} (abnormal book growth: ABG) と一致する。

$$\begin{aligned} ABG_{t+i} &\equiv Y_{t+i} + D_{t+i} - (1+r)Y_{t+i-1} \\ &= Y_{t+i-1} + X_{t+i} - (1+r)Y_{t+i-1} \\ &= X_{t+i} - rY_{t+i-1} \\ &= X_{t+i}^a. \end{aligned} \quad (5)$$

したがって、(1) 式と (5) 式にもとづけば、RIM はつぎの (6) 式で与えられる異常簿価成長モデル (abnormal book growth model: ABGM) と同値である。

$$V_t = Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[Y_{t+i} + D_{t+i} - (1+r)Y_{t+i-1}]}{(1+r)^i}. \quad (6)$$

ABGM では、期末時点における配当前の株主資本簿価が、期首の株主資本簿価を割引率で運用した場合の (正常な) 成長額を上回る (あるいは下回る) 大きさが、評価時点の株主資本簿価に追加して考慮される。この帰結は、残余利益が CSR を通じて ABG と一致することから導かれている。しかし、実は (6) 式の ABGM は、CSR がなくても企業価値の評価モデルとして成立する。そのことを以下で確認しよう。

いま、 $T \rightarrow \infty$ のとき $E_t[y_T / (1+r)^T] \rightarrow 0$ を仮定すれば、任意の確率変数 y_t について、つぎのゼロ和等式 (zero-sum equality) が成り立つ (Ohlson, 2005; Ohlson and Juettner-Nauroth, 2005; Ohlson and Gao, 2006)。

$$y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[y_{t+i} - (1+r)y_{t+i-1}]}{(1+r)^i} = 0 \quad (7)$$

(7) 式の y_t を株主資本簿価 Y_t に置き換えれば、

$$Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[Y_{t+i} - (1+r)Y_{t+i-1}]}{(1+r)^i} = 0 \quad ,$$

が成立するから、(3) 式の DDM の右辺にこれを加えると、上記 (6) 式の ABGM が得られる。このように、ABGM は RIM と同様に貸借対照表ベースの評価モデルであるが、CSR を前提することなく導かれる点に特徴がある。

2. Ohlson-Juettner モデル

同様に、将来の異常利益成長 (abnormal earnings growth: AEG) を構成要素とする Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) の評価モデル (OJ モデル) も、上記のゼロ和等式から導かれる。(7) 式において、任意の確率変数としていた y_t を $E_t[X_{t+1}]/r$ に置き換えることで、

$$\frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[X_{t+i+1} - (1+r)X_{t+i}]}{(1+r)^i} = 0 \quad ,$$

が成り立つから、これを (3) 式の DDM の右辺に加えることで、つぎの異常利益成長モデル (abnormal earnings growth model: AEGM) が得られる。ここでは、企業価値のアンカーが $E_t[X_{t+1}]/r$ であり、2 期先 ($i=1$) 以降の $AEG_{t+i+1} \equiv X_{t+i+1} + rD_{t+i} - (1+r)X_{t+i}$ の割引現在価値の合計が付加される⁵⁾。

$$V_t = \frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[X_{t+i+1} + rD_{t+i} - (1+r)X_{t+i}]}{(1+r)^i} \quad (8)$$

このとき、(8) 式第 2 項の分子について、2 期先の $AEG_{t+2} = X_{t+2} + rD_{t+1} - (1+r)X_{t+1}$ がそれ以降每期一定の割合 ($g < r$) で成長すると仮定すれば、実証研究で頻繁に活用される次式の OJ モデルが導かれる。

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{1}{r} \frac{E_t[X_{t+2} + rD_{t+1} - (1+r)X_{t+1}]}{r-g} \\ &= \frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{E_t[AEG_{t+2}]}{r(r-g)} \quad . \end{aligned} \quad (9)$$

(9) 式によって記述される OJ モデルは、1 期先の予想利益の資本還元価値とそれ以降の利益の成長過程から構成されるので、損益計算書ベースの評価モデルとして分類される⁶⁾。このとき、基軸となる変数がアンカーに据えられるとともに、その差分がプレミアムを形成する意味で、(6) 式の ABGM と類似する点に注意しよう。

以上、RIM、ABGM および AEGM (もしくは OJ モデル) について、それぞれ鍵となる変数と導出過程を概観した。それらの類型は、図表 1 のように整理される。第 1 に、評価モデルがいかなる変数に依存するかに応じて、大きく貸借対照表ベースと損益計算書ベースに大別される。第 2 に、各々の評価モデルの導出に際して CSR が必要かどうかで、さらに二分割される。一番右の列が空欄になっているのは、CSR の適用が [1] ABGM を [2] RIM に関連づけたのと同じように、[3] AEGM に対しても異なる表現形式を与える可能性があることを示している。

図表 1 企業価値評価モデルの基本的な類型

C S R	貸借対照表ベース		損益計算書ベース	
	仮定しない	仮定する	仮定しない	仮定する
評価モデル	異常簿価成長 モデル [1]ABGM	残余利益 モデル [2]RIM	異常利益成長 モデル [3]AEGM (OJ)	[4] ?

貸借対照表における株主資本簿価の成長によって特徴づけられる [1]ABGM は、(3) 式の DDM と (7) 式のゼロ和等式のみから得られた。そこに CSR を適用することで、[2]RIM が得られる。したがって、CSR が成立するかぎり、[1]ABGM と [2]RIM は表裏一体の評価モデルである。その一方、損益計算書ベースの変数から構成される [3]AEGM（または OJ モデル）も、(3) 式と (7) 式を十分条件としており、CSR の導入は必要とされなかった。次節では、[4]に該当する評価モデルを導くと同時に、そこから明らかになる評価モデルの展開をめぐる問題点について論じる。

3. 残余利益成長モデル

上記の異常利益成長 AEG に (3) 式の CSR を適用すると、以下の (10) 式に記述されるように、AEG は残余利益の変化額に一致する。

$$\begin{aligned}
 AEG_{t+i+1} &\equiv X_{t+i+1} + rD_{t+i} - (1+r)X_{t+i} \\
 &= X_{t+i+1} + rD_{t+i} - X_{t+i} - rX_{t+i} \\
 &= X_{t+i+1} + rD_{t+i} - X_{t+i} - r(Y_{t+i} - Y_{t+i-1} + D_{t+i}) \\
 &= (X_{t+i+1} - rY_{t+i}) - (X_{t+i} - rY_{t+i-1}) \\
 &= X_{t+i+1}^a - X_{t+i}^a \\
 &= \Delta X_{t+i+1}^a.
 \end{aligned} \tag{10}$$

この (10) 式を代入すれば、(8) 式の AEGM において、異常利益成長の部分がつぎのように変形される。

$$V_t = \frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+1}^a]}{(1+r)^i}.$$

さらに、第 1 項の $E_t[X_{t+1}]/r$ は、

$$\frac{E_t[X_{t+1}]}{r} = \frac{E_t[X_{t+1}^a + rY_t]}{r} = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r},$$

となるから、AEGM はつぎの残余利益成長モデル (residual income growth model: RIGM) として書き換えられる (Lai, 2015)。

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+1}^a]}{(1+r)^i}. \tag{11}$$

(11) 式第 2 項の $E_t[X_{t+1}^a]/r$ は 1 期先以降に毎期一定の残余利益が得られるケースの、割引現在価値の合計に等しい。ここで、1 期先以降の残余利益に変化がない ($\Delta X_{t+i+1}^a = 0$) と仮定すれば、(11) 式は、

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r},$$

となる。したがって、翌期以降の残余利益を一定と仮定したRIMは、RIGMの特殊なケースとして与えられる。同様に、(9) 式のOJモデルも、 $AE G_{t+2} = \Delta X_{t+2}^a$ であるから、(12) 式のとおり、2期先の残余利益成長 ΔX_{t+2}^a がそれ以降一定割合 (g) で成長することを前提としたかたちで書き換えられる。

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{E_t[AE G_{t+2}]}{r(r-g)} \\ &= Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r(r-g)}. \end{aligned} \quad (12)$$

ここでも単純化のために、1期先から2期先にかけての残余利益の成長がそれ以降永久に持続すると仮定すれば($g = 0$)、(11) 式または(12) 式はつぎの(13) 式のように変形される。

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r^2}. \quad (13)$$

このように表現することで、RIGMは、2期先以降の残余利益が一定と想定した場合のRIMである(2) 式と直接比較することができる。(13) 式では(2) 式に、将来における残余利益の成長の資本還元価値が、企業価値の構成要素として追加されている。第3項の追加によって、推計される企業価値の正確性がどの程度改善されるのかは、第IV節以降で展開される実証分析の課題となる。

4. 残余利益成長の成長モデル

さらに、(7) 式のゼロ和等式を応用すれば、残余利益成長そのものの成長を、企業価値評価の変数とすることができる。(7) 式のゼロ和等式の y_t を $E_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]/r^2$ に置き換えれば、

$$\begin{aligned} & \frac{E_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+2} + rD_{t+i+1} - (1+r)(\Delta X_{t+i+1} + rD_{t+i})]}{(1+r)^i} \\ &= \frac{E_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+2} + r\Delta D_{t+i+1} - (1+r)\Delta X_{t+i+1} - r^2D_{t+i}]}{(1+r)^i} \\ &= 0, \end{aligned}$$

が成立する。(3) 式のDDMの右辺にこれを加えれば、つぎの異常利益成長の成長モデル (abnormal earnings growth-growth model: AEGGM) が得られる (Lai, 2020)。

$$V_t = \frac{E_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+2} + r\Delta D_{t+i+1} - (1+r)\Delta X_{t+i+1}]}{(1+r)^i}. \quad (14)$$

(14) 式の右辺第2項の分子は、AEGについて一階の差分をとった異常利益成長の成長 (abnormal earnings growth-growth: AEGG) をあらわす。

この(14) 式のAEGGMを導出するにあたって、CSRは仮定されていない。すでに論じたように、AEGMにCSRを代入することでRIGMが求められたことで、RIMとの関連性を明確にすることができた。ここでも、(14) 式のAEGGMにCSRを適用することで、RIMと対比可能な評価モデルが導かれる。そこで、株主資本の変化額に関するCSRが $\Delta Y_{t+i} = Y_{t+i} - Y_{t+i-1} = X_{t+i} - D_{t+i}$ のように与えられるので、

$$D_{t+i+1} = X_{t+i+1} - (Y_{t+i+1} - Y_{t+i})$$

$$\Delta D_{t+i+1} = \Delta X_{t+i+1} - (\Delta Y_{t+i+1} - \Delta Y_{t+i}),$$

となる。これを $AEGG_{t+i+1} \equiv \Delta X_{t+i+2} + r\Delta D_{t+i+1} - (1+r)\Delta X_{t+i+1}$ に代入すれば、

$$\begin{aligned} AEGG_{t+i+1} &\equiv \Delta X_{t+i+2} + r\Delta D_{t+i+1} - (1+r)\Delta X_{t+i+1} \\ &= \Delta X_{t+i+2} + r(\Delta X_{t+i+1} - (\Delta Y_{t+i+1} - \Delta Y_{t+i})) - (1+r)\Delta X_{t+i+1} \\ &= (\Delta X_{t+i+2} - r\Delta Y_{t+i+1}) - (\Delta X_{t+i+1} - r\Delta Y_{t+i}) \\ &= \Delta X_{t+i+2}^a - \Delta X_{t+i+1}^a, \end{aligned} \quad (15)$$

のように、AEGGは、残余利益成長の成長（residual income growth-growth: RIGG）としてあらわされる。

したがって、(15) 式を (14) 式に代入することで、AEGGMはつぎのように、RIGGを含むかたちに変形される。

$$V_t = \frac{E_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+2}^a - \Delta X_{t+i+1}^a]}{(1+r)^i}.$$

このとき、第1項の $E_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]/r^2$ は、CSRによって $rD_{t+1} = r(X_{t+1} - \Delta Y_{t+1})$ であるから、

$$\begin{aligned} \frac{E_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} &= \frac{E_t[rX_{t+1} + \Delta X_{t+2} - r\Delta Y_{t+1}]}{r^2} \\ &= \frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2} - r\Delta Y_{t+1}]}{r^2}, \end{aligned}$$

であり、 $E_t[X_{t+1}]/r = Y_t + E_t[X_{t+1}^a]/r$ 、 $\Delta X_{t+2} - r\Delta Y_{t+1} = \Delta X_{t+2}^a$ であるから、

$$\frac{E_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2} - r\Delta Y_{t+1}]}{r^2} = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r^2},$$

となるので、AEGGMはつぎのように、残余利益成長の成長モデル（residual income growth-growth model: RIGGM）として書き換えられる（Lai, 2020）。

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+2}^a - \Delta X_{t+i+1}^a]}{(1+r)^i}. \quad (16)$$

一見してわかるように、この (16) 式の第1項と第2項は、(11) 式のRIGMの場合と同じである一方、第3項以降は残余利益の一階および二階の差分から構成されている。つまり、(11) 式の $\sum_{i=1}^{\infty} E_t[\Delta X_{t+i+1}^a]/(1+r)^i$ が $E_t[\Delta X_{t+2}^a]/r + \sum_{i=1}^{\infty} E_t[\Delta X_{t+i+2}^a - \Delta X_{t+i+1}^a]/r(1+r)^i$ のように分解されている。両者はいずれもDDMにゼロ和等式を加えることで導かれている以上、同じ大きさの企業価値を与える。そうならば、 $\sum_{i=1}^{\infty} E_t[\Delta X_{t+i+1}^a]/(1+r)^i$ から $E_t[\Delta X_{t+2}^a]/r$ を分離させれば、(16) 式の第4項が構成されるはずである⁷⁾。

この点にフォーカスするために、ここでも (16) 式の第4項を構成する残余利益の二階の差分が、それ以降永久に一定であることを仮定すれば、(2) 式および (13) 式と同様、評価モデルを実証分析にそくしたかたちに改めることができる。

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r^2} + \frac{E_t[\Delta X_{t+3}^a - \Delta X_{t+2}^a]}{r^3}. \quad (17)$$

(2) 式から (13) 式、(13) 式から (17) 式への変化を演繹すれば、企業価値は株主資本簿価をアンカーとしつつ、将来の残余利益の n 階の差分 $/r^{n+1}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を逐次加えることで、無限に精緻化することができそうである。この考察をもとに、RIGGMをはじめ、変数の差分から構築される評価モデルの問題点を論じよう。

Ⅲ. 残余利益成長の成長モデルの問題点

以上のように、将来の利益もしくは残余利益をインプットとする企業価値の評価モデルは、それらのインプットの差分に焦点が移される。つぎの図表 2 は、変数の差分を主要な構成要素とする評価モデルを含むかたちで、図表 1 を拡張している。そこには、図表 1 に示された 2 種類の評価モデルの類型に対して、差額損益計算書ベースの評価モデルが追加されている。前節で示したように、これらの評価モデルのうち、[1]ABGM、[3]AEGM、および [5]AEGGM は (6) 式のゼロ和等式をもちいて導出することができる。そして CSR を仮定することで、それぞれ [2]RIM、[4]RIGM、および [6]RIGGM が導出される。たとえば、将来の予想利益の差分に関する異常成長に注目したとき、5 列目に示される AEGGM が CSR なしに導かれる。そこに CSR を適用することで、残余利益の二階の差分を構成要素とする RIGGM が得られた。

図表 2 企業価値評価モデルの拡張①

	貸借対照表ベース		損益計算書ベース		差額損益計算書ベース	
CSR	仮定しない	仮定する	仮定しない	仮定する	仮定しない	仮定する
評価 モデル	[1]ABGM	[2]RIM	[3]AEGM (OJ)	[4]RIGM	異常利益成長 の成長モデル [5]AEGGM	残余利益成長 の成長モデル [6]RIGGM
		CSRを仮定		CSRを仮定	CSRを仮定	

ここで (1) 式の [2]RIM と、(11) 式の [6]RIGM を比較してみよう。このとき、株主資本簿価 y_t は共通していることから消去すると、次式が成り立つことがわかる。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[X_{t+i}^a]}{(1+r)^i} = \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[\Delta X_{t+i+1}^a]}{(1+r)^i}.$$

このとき注意したいのは、この書き換えは、一般に任意の確率変数について成り立つことである。たとえば、第 I 節において示したように、配当の一階の差分を配当成長と定義して、この関係式を適用すれば、割引配当モデルを割引配当成長モデルに書き換えることができる。つまり、任意の確率変数 x_{t+i} について、将来の期待値を無限期間にわたって割り引いた値の総和は、1 期先の期待値とその一階の差分を構成要素とするかたちに書き換えることが可能である。さらに、右辺は確率変数 Δx_{t+i} について、将来の期待値を無限期間にわたって割り引いた値の総和を含むことから、この操作は無限に繰り返すことができる。すなわち、任意の確率変数 x_t について、つぎのような割引現在価値合計の展開式が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[x_{t+i}]}{(1+r)^i} = \frac{E_t[x_{t+1}]}{r} + \frac{E_t[\Delta x_{t+2}]}{r^2} + \frac{E_t[\Delta x_{t+3} - \Delta x_{t+2}]}{r^3} + \dots \quad (18)$$

図表3 企業価値評価モデルの拡張②

CSR	貸借対照表ベース		損益計算書ベース		差額損益計算書ベース	
	仮定しない	仮定する	仮定しない	仮定する	仮定しない	仮定する
評価モデル	[1]ABGM	[2]RIM	[3]AEGM (OJ)	[4]RIGM	異常利益成長 の成長モデル [5]AEGGM	残余利益成長 の成長モデル [6]RIGGM

したがって、これまでの評価モデルについて、[2]RIMから[4]RIGMおよび[6]RIGGMへの導出は、上記の展開式をもちいても可能である。この点を示したのが図表3である。

要するに、(18)式の表現形式は任意の確率変数について成り立つから、[2]RIMから[4]RIGM、さらには[4]RIGMから[6]RIGGMへの転換のような操作によって、あらたな評価モデルを永久に繰り返し生成することが可能である。したがって、残余利益成長の「成長の成長」のような高次の差分を組み込んだ評価モデルを、いくらでも生成することが可能なのである。たしかに、(3)式のDDMから(1)式のRIMへの視点の移動は、評価の鍵となる変数が配当から残余利益へと大きく変わるので、両者の比較には意味があるかもしれない。しかし、残余利益の差分をとる変数に書き換えるだけで、このあらたな評価モデル（群）は残余利益モデルと同等のレベルで重要なモデルと評価すべきものであるだろうか。われわれは、その評価には慎重を期すべきであり、単に残余利益の差分をとる変数に書き換えただけでは、同等の重要性を持つモデルとして位置づけることは適切ではないと考えるのである。

IV. 実証分析の目的と分析デザイン

1. 実証分析の目的

前節までで議論したように、本稿で注目する評価モデルの基本式は、理論的には同値である。ただし、実証的にはターミナル・バリュの計算において一定成長を仮定する鍵となる変数が、残余利益、残余利益成長（残余利益の一階の差分）、あるいは残余利益成長の成長（残余利益の二階の差分）となっているため、それらの間で正確性に関するパフォーマンスは異なる可能性がある。このため、実証分析によって、企業価値評価の実践において、どの変数を一定成長とした評価式のパフォーマンスが高くなるのかを特定することには、一定の意味があるだろう⁸⁾。

さらに、鍵となる変数を一定と仮定したときの評価式に注目するために、(2)式、(13)式、および(17)式を再掲すると以下のとおりである。

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+i}^a]}{r} \quad (2)$$

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r^2} \quad (13)$$

$$V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r^2} + \frac{E_t[\Delta X_{t+3}^a - \Delta X_{t+2}^a]}{r^3} \quad (17)$$

このとき、(18) 式の関係式から、理論的には (2) 式よりも (13) 式、(13) 式よりも (17) 式のほうが価値を正確にあらわしていることがわかる⁹⁾。その一方で、差分の項が多く追加されるほど、分母の割引率 r の次数が高くなるため、実証上は高次の差分をとる変数の予想誤差が大きいと、導かれる企業価値の誤差がさらに拡大してしまうことが予想される。つまり、理論的にはより正確な評価式であっても、実証的にはより正確な評価値を与えない可能性があるのである。

このような問題意識をもとに、以下では日本の上場企業を対象に、[2]RIM、[4]RIGMおよび [6]RIGGMによってそれぞれ企業価値を推計してみる。有限期間における各変数の推移について同じ仮定をおいたとしても、ターミナル・バリューの計算には違いが生じうる。したがって、そこで算出された推計値が、現実の株価にどの程度近似しているかによって、各評価モデルの実証的なパフォーマンスを比較することができる。この比較をもとに、高次の差分をとることによって評価モデルの形式を精緻化することが、企業価値評価の実践的な改善につながるのかどうかを検証する。

2. 検証モデル

さて、残余利益モデルRIM、残余利益成長モデルRIGMおよび残余利益成長の成長モデルRIGGMの3つの評価モデルを推計するにあたって、無限の将来にわたってインプットとなる変数を予想することはできないので、将来期間における変数の変化の過程について、何らかの仮定をおく必要がある。本稿では、Frankel and Lee (1998) や Lee, Myers, and Swaminathan (1999) をもとに、評価モデルのインプットとなる変数である残余利益、残余利益成長RIGおよび残余利益成長の成長RIGGが、それぞれ以降の5年間で当該年度の全サンプルの中央値に規則的に回帰するとともに、その後は一定の状態で推移すると仮定する¹⁰⁾。

たとえば、ある企業の1期先の当期純利益に関する経営者予想をもとに、1年後の予想残余利益を計算する。それを期首株主資本簿価で除した値である残余利益率を $resid_roe_{t+1}$ 、当該年度における $resid_roe_{t+1}$ の中央値を $\overline{resid_roe_{t+1}}$ とおく。前者が5年かけて線形的に後者に漸近すると考えるので、当該企業の2年後以降の残余利益率 $resid_roe_{t+i}$ ($i=1, \dots, 5$) は、つぎのように計算される。

$$resid_roe_{t+i+1} = resid_roe_{t+i} + i \times (\overline{resid_roe_{t+1}} - resid_roe_{t+1}) / 5.$$

なお、変数の時系列での変化にまつわるこの計算プロセスは、RIGMとRIGGMにおけるRIGとRIGGの算出に際しても共有される。

そのうえで、将来の各時点に予想される残余利益率に当該期間の期首株主資本簿価を乗じることで、2年後から6年後の残余利益が計算される。7年後以降は、中央値に一致した6年後の残余利益が、永続的に得られるものと想定する。将来時点の株主資本簿価は、(4) 式のCSRを経て更新される。このとき、株主資本簿価を変動させる利益と配当の影響は、つぎの手続きによって反映される。まず、直線的な時系列変化の仮定をもとに導かれた上記の残余利益率に、期間を通じて一定の割引率を加えることで、2年後から6年後の株主資本利益率 roe_{t+i+1} ($i=1, \dots, 5$) が計算される。

つぎに、先行研究と同様に、経営者による 1 期先の予想配当額を予想利益で除して配当性向 d_{t+1} を計算するとともに、この配当性向は将来の期間を通じて一定であると想定する。したがって、1 年後以降の株主資本簿価 Y_{t+i} ($i=1, \dots, 5$) は、つぎのように求められる。

$$Y_{t+i} = Y_{t+i-1} \times (1 + roe_{t+i} \times (1 - d_{t+1})).$$

各期の期首株主資本簿価が算出されたら、そこに予想残余利益率を乗じることで将来の残余利益 X_{t+i}^a ($i=1, \dots, 6$) に関する予想が得られる。RIGM ではそれらの一階の差分を、RIGGM では二階の差分をそれぞれとる¹¹⁾ ことで、評価モデルの推計に必要なインプットがそれぞれ準備される。

以上のようにインプットとなる変数をそれぞれ予想したうえで、つぎの 3 つの評価式を推計する。

$$RIM : V_t = Y_t + \sum_{i=1}^5 \frac{E_t[X_{t+i}^a]}{(1+r)^i} + \frac{E_t[X_{t+6}^a]}{r(1+r)^5}. \quad (19)$$

$$RIGM : V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{1}{r} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{E_t[\Delta X_{t+i+1}^a]}{(1+r)^i} + \frac{E_t[\Delta X_{t+6}^a]}{r(1+r)^5} \right). \quad (20)$$

$$RIGGM : V_t = Y_t + \frac{E_t[X_{t+1}^a]}{r} + \frac{E_t[\Delta X_{t+2}^a]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \left(\sum_{i=1}^3 \frac{E_t[\Delta X_{t+i+2}^a - \Delta X_{t+i+1}^a]}{(1+r)^i} + \frac{E_t[\Delta X_{t+6}^a - \Delta X_{t+5}^a]}{r(1+r)^5} \right). \quad (21)$$

これらの評価式において中心的な役割を担う残余利益、残余利益の成長 RIG、残余利益成長の成長 RIGG の将来の期待値は、上記のとおり、期首株主資本に対する割合が該当年度の中央値に漸近するという仮定をもとに推計される。そこでは、利益率が中央値に回帰することを仮定するのではなく、鍵となる変数そのものが中央値に収束することを想定する点が、先行研究の設定と異なる。

そもそも、インプットとなる変数の時系列変動に体系的な経路が存在するとしても、利益と残余利益とはその経路が同じである保証はないし、まして変数と変数の差分の間では時系列変化のメカニズムは当然異なるはずである。そのような洞察から、本稿では 3 つの変数がそれぞれ該当年度の中央値に漸近する過程を前提として、(19) – (21) 式を評価する。そのうえで、現実を観測される株価を基準として、これらの評価式のどれがもっとも正確性の高い企業価値を導くのかを検証する。正確性の判定に際しては、下記のふたつの指標を採用する。

$$bias_t = (C_t - V_t) / C_t. \quad (22)$$

$$accu_t = |bias_t| = |(C_t - V_t) / C_t|. \quad (23)$$

ここで、(22) 式の $bias_t$ は企業価値評価のバイアスをあらわし、評価時点の 3 か月後の株価に発行済株式総数を乗じて求めた時価総額 C_t と (19) – (21) 式を通じて算出された企業価値 V_t の差が時価総額に占める割合によって定義される。 $bias_t$ の符号が正(負)の場合、評価された企業価値が過小(過大)であることを意味する。他方、(23) 式によって与えられる $accu_t$ は正確度をあらわし、 $bias_t$ の絶対値によって計算される。なお、この $accu_t$ は小さいほど、価値評価の正確性が高いことをあらわす点に注意が必要である。

なお、(19) – (21) 式において中心的なインプットとなる残余利益とその割引現在価値の計算に使用

される割引率 r は、予想期間を通じて一定であると仮定する。(19) – (21) 式のいずれの評価式においても、将来予想の起点となる 1 期先の予想残余利益は、当期純利益に関する経営者予想から評価時点の株主資本簿価にこの r を掛け合わせた大きさを控除して求められる。この割引率 r は、過去 60 カ月のデータによって次式の 3 ファクターモデル (Fama and French, 1993 ; 1997) を産業ごとに推定して得た係数から得られるフィット値として求められる。

$$R_{i,m} - R_{f,m} = a_j + b_j(R_{M,m} - R_{f,m}) + s_jSMB_m + h_jHML_m + \varepsilon.$$

$R_{i,m}$ は産業 j に所属する企業 i の月次 m の株式投資リターン、 $R_{f,m}$ は月次 m における無リスク利子率 (10 年物国債利回り)、 $R_{M,m}$ は月次 m における市場ポートフォリオのリターン、 SMB_m は月次 m における小型株ポートフォリオと大型株ポートフォリオのリターンの差、 HML_m は月次 m における高 B/P (株主資本簿価/時価総額) ポートフォリオのリターンと低 B/P ポートフォリオのリターンの差である。フィット値を計算する際は、上記の回帰係数に利用可能な過去のすべてのデータの平均値を掛け合わせている。そこに月次 m の無リスク金利を加算することで、 r が得られる。

3. サンプルとデータ

基本的に、(19) – (21) 式による企業価値の推計対象となるサンプルは、経営者による予想利益のデータが利用可能な 1997 年から 2022 年に上場していたすべての企業から構成される。そこから金融業に所属する企業と会計期間が 12 か月に満たないケースを除外している。また若干ではあるものの、3 つの評価式に共通する企業価値のアンカーの主要な構成要素である株主資本簿価が負の値をとる企業も、サンプルから除かれる。そのうえで企業価値の推計に必要なインプットがすべて揃う企業のみを対象とした結果、最終的なサンプルサイズはのべ 58,464 個となった。

他方、実証分析に供されるデータは、以下のように収集した。当期純利益や株主資本簿価といった公開済の財務諸表の数値は、日経メディアマーケティング社の「日経 NEEDS FinancialQUEST」から、経営者による 1 期先の当期純利益の予想額については同社の「日経 NEEDS 会社発表予想データ DVD」から採取している。また、決算期末の 3 か月後の株価と発行済株式総数、3 ファクターモデルの推定に必要な各種ファクターの数値は、金融データソリューションズの「日本上場株式日次リターンデータ」および「日本上場株式 Fama-French 関連データ」から入手した。

3 つの評価式において主要な役割を担う株主資本簿価、1 期先の予想利益にもとづく残余利益、残余利益成長 (RIG) および残余利益成長の成長 (RIGG)、そして推計された企業価値の正確性を判断するための基準となる時価総額に関する基本統計量は、下記の図表 4 に要約されるとおりである。

図表4 主要な変数に関する基本統計量

	時価総額	株主資本簿価	経営者予想利益	1期先予想 残余利益 RI	1期先予想 残余利益成長 RIG	1期先予想残余 利益成長の成長 RIGG
平均値	96,692.65	63,431.72	4,860.71	1,090.69	758.31	380.19
標準偏差	394,902.08	191,129.61	18,307.20	13,065.44	13,217.24	28,503.30
最小値	30.00	1.00	-230,000.00	-544,044.56	-806,703.08	-1,403,385.20
第一四分位	5,456.00	6,043.00	300.00	-420.77	-124.32	-660.46
中央値	15,495.46	15,997.00	930.00	33.35	64.04	-1.30
第二四分位	53,173.94	46,032.50	3,030.00	739.37	503.85	738.95
最大値	27,483,120.00	6,859,156.00	720,000.00	608,599.33	1,185,317.80	2,267,438.30

注) 単位はすべて百万円である。

V. 分析結果

1. バイアス

まず、(19)－(21) 式から推計された企業価値をもとに、(22) 式によって与えられるバイアス ($bias_t$) の特徴について論じる。さしあたり、企業価値が負の値をとる場合を含めた結果が、それぞれの評価式にまつわるバイアスについて基本統計量をまとめた図表5に要約されている。なお、RIMについては残余利益率が、RIGMについては残余利益の成長率が、RIGGMについては残余利益成長の成長率が、それぞれ5年間で該当年度のサンプルの中央値に収束するという仮定のもとで計算されている。差分の計算には過去のデータに遡求する必要があるため、高次の差分をとる評価式の場合ほど、サンプルサイズが減少する。

図表5 バイアスに関する基本統計量（企業価値が負の場合を含む）

	bias_rim	bias_rigm	bias_riggm
観測数	58,464	58,257	56,936
平均値	-0.383	-7.024	4,181.993
標準偏差	1.173	44.375	188,458.565
最小値	-27.130	-1,923.362	-11,937.986
第一四分位	-0.817	-6.074	-43.726
中央値	-0.111	-1.900	5.839
第三四分位	0.349	-0.142	81.501
最大値	1.045	17.497	9,113,181.391

バイアスの平均値に注目すると、最小値をとるのは、実線で囲んで示したように、第1列目のRIMを用いたケースの-0.383である。すなわち、RIMにもとづいて評価された企業価値は、市場で形成された株価を約38%過大に評価している。他方、中央値をみると-0.111であり、左に歪んだ分布を示していることから、RIMが企業価値を過大に推計する傾向が再度確認される。それに対して、第2列目に掲示されるように、RIGMによる評価額は、株価を平均して約702%、中央値でみて約190%超過しており、

RIMよりも逸脱の程度が著しくなる。逸脱の程度は、第3列目のRIGGMについてそれ以上に拡大している。

そもそも、株主資本の価値が負の値をとることは不自然であるから、図表6では推計された企業価値が負値の場合を除外した結果が要約されている。RIMがもっとも企業価値評価のバイアスを小さくする点は、図表5と変わらない。RIMは、現実の株価を平均して約39%、中央値にして約11%だけ過大に推計している。それと比べて、RIGM（RIGGM）による推計値は、平均値で798%（25,388%）、中央値で230%（5,342%）ほども株価を超過している。それとともに、RIMの場合の標準偏差1.17は3つの評価式のなかでもっとも小さい点で、RIMは相対的に株価に近い企業価値を与えているといえる。

図表6 バイアスに関する基本統計量（企業価値が負の場合を除く）

	bias_rim	bias_rigm	bias_riggm
観測数	58,322	54,077	26,191
平均値	-0.386	-7.975	-253.882
標準偏差	1.172	52.561	809.195
最小値	-27.130	-2,301.416	-12,095.061
第一四分位	-0.821	-6.565	-178.724
中央値	-0.113	-2.299	-53.423
第二四分位	0.346	-0.427	-15.953
最大値	0.976	0.982	0.966

2. 正確度

つぎに、3つの評価式から得られた企業価値の株価との関係を、正確度($accu_t$)の観点から検討する。ここでも最初に、負の推計値を含んだ結果を図表7に掲げる。実線で囲んだ最小の平均値から明らかのように、RIMの場合の $accu_t$ の平均値0.750は、RIGMおよびRIGGMの場合よりも大幅に小さい。同様に、RIMを用いた場合の $accu_t$ の中央値0.506はRIGM（2.276）およびRIGGM（62.539）を用いた場合より著しく小さい。バイアスに関する分析結果と同様、標準偏差についてもRIMを適用した場合がもっとも小さくなり、株価と企業価値の間の関連性が他の評価式の場合に比べて相対的に安定している。

続く図表8は、企業価値が負の場合を含んでいる。RIMに関しては、平均値（0.748）・中央値（0.504）

図表7 正確度に関する基本統計量（企業価値が負の場合を含む）

	accu_rim	accu_rigm	accu_riggm
観測数	58,464	58,257	56,936
平均値	0.750	7.705	13,273.156
標準偏差	0.988	44.339	612,308.779
最小値	0.005	0.009	0.069
第一四分位	0.247	0.698	19.535
中央値	0.506	2.276	62.539
第三四分位	0.876	6.385	184.834
最大値	27.186	1,923.362	29,751,205.871

ともに正確度が若干改善している。それに対して、RIGMの場合は、いずれも図表7の結果よりも正確度が低下している。観測数の大幅な減少から読み取られるように、RIGMとRIGGMによる企業価値は、負の値のケースが多い（それぞれ7.2%と54.0%）ので、それが除外されたことで、平均値・中央値が右方向に大きく移動したのであろう。以上の考察から、バイアス・正確度いずれの観点からみても、企業価値評価におけるRIMのパフォーマンスは、RIGMとRIGGMを大きく凌駕している。

図表8 正確度に関する基本統計量（企業価値が負の場合を除く）

	accu_rim	accu_rigm	accu_riggm
観測数	58,322	54,077	26,191
平均値	0.748	8.106	253.903
標準偏差	0.982	52.541	809.189
最小値	0.005	0.008	0.000
第一四分位	0.246	0.634	15.953
中央値	0.504	2.299	53.423
第三四分位	0.871	6.565	178.724
最大値	27.130	2,301.416	12,095.061

なお、3つの評価式から導かれた企業価値を構成要素に分解して、アンカーとなる部分の価値が決算期末3か月後の時価総額に占める割合をみると、つぎのとおりである。RIMについては、価値のアンカーとなる株主資本簿価の割合が、平均（中央値）でみて1.189（1.013）であり、評価誤差がもっとも小さい。RIGMの場合、アンカーとなる（20）式の第1-2項の割合が、平均（中央値）1.416（1.049）となり、RIMの場合より過大評価となっている。RIGGMの場合も同様に、アンカーを構成する（21）式の第1-3項が時価総額に占める割合が、平均（中央値）77.120（13.672）となって、時価総額からの乖離がいっそう著しくなる¹²⁾。

このように、アンカーの構成要素を追加するごとに、時価総額からの乖離幅が大きくなる事実は、追加された高次の差分が推計値の正確性を悪化させることを端的に裏づけている。3つの評価モデルに共通の変数である残余利益は、1期先の利益に関する経営者予想から導かれている。言うまでもなく、予想された残余利益は実現値そのものではないから、市場参加者にとってノイズを含んだ情報である。前節で確認したように、（2）式から（13）式、（13）式から（17）式へと視点を移すごとに、たとえノイズそのものが微小であったとしても、高次の差分が挿入されるごとに、推計される企業価値が大きく変動してしまう。残余利益の差分による評価式の補完が、その理論的な含意とは逆に、企業価値評価の正確性を損なう事実が、アンカーとなる部分の推計誤差だけをみても明らかである。

3. 先行研究の分析結果との比較

前節で確認されたRIMのパフォーマンスは、先行研究の結果とある程度整合している。たとえば、2002年から2005年を対象に、将来2年間のアナリストによる利益予想をRIMに導入した矢内（2008）によれば、バイアスは-26.9%（過大推計）であった。他方、同様の分析方法を1990-2000年に適用した

矢内（2010）では、バイアスは63%（過小推計）となっている。やや文脈は異なるが、1991-2007年のサンプルに対して、1期先の経営者による予想利益をDechow, Hutton, and Sloan（1999）にしたがった残余利益ダイナミクスに適用した新谷（2009）によれば、-81.9%から6.5%の範囲でバイアスが変動している。

それに対して、相対的に本稿に近い期間（2000-2014年）を対象に、経営者による1期先の当期純利益予想をRIMに適用した畔上（2016）によれば、仮定された割引率とターミナル・バリューを計算する際の成長率の大きさに応じて、RIMのバイアスは-147.4%から-33.4%のように過大推計の傾向を示している。なお、畔上（2016）では、CAPMによって割引率を推計した場合に、本稿の分析結果よりもバイアスが大幅に（約4倍）大きくなっている。2期先以降の残余利益の定率成長を仮定するより、サンプル中央値への収束を想定するほうが、市場の評価にそくしているのかもしれない。

同様に、RIMによる企業価値評価の正確性がRIGMの場合を上回るという結果についても、先行研究と一貫している。たとえば、上記の矢内（2008）では、RIMのバイアスが-26.9%なのに対して、RIGMのバイアスは-948.6%となることが報告されている。なお、分析期間を遡って拡張した矢内（2010）では、RIMとRIGMの正確度がそれぞれ64.5%と88.9%となる。この結論は畔上（2016）でも確認され、そこでは割引率と成長率の組み合わせに応じてRIGMのバイアスが-44.0%から-480.5%となっており、いずれのケースでもRIMの正確性がRIGMの正確性を上回る。

4. 産業ごとの分析結果

もちろん、評価モデルのパフォーマンスは、業種ごとに異なることが予想される。図表9には、日経業種分類（中分類）にしたがって区分された産業ごとに、バイアスと正確度の平均値をまとめている。太字かつ斜体（太字のみ）にしている部分は、各評価式に関して企業価値が現実の株価にもっとも近似（乖離）していることをあらわす。正確度が高い産業は、評価式によって区々であり、RIMについては「精密機器」、RIGMとRIGGMについては「鉄鋼業」に所属する企業が、それぞれ最良のパフォーマンスを示している。

それに対して、RIMについては「水産」と「医薬品」、RIGMについては「医薬品」、RIGGMについては「鉄道・バス」に所属する企業が、それぞれもっとも正確性の低い企業価値の見積もりを与えている。とくに、「医薬品」産業では、RIM（正確度）とRIGMの両方でランクが最下位となっている。なお、企業価値評価のパフォーマンスに関わらず、すべての産業においてRIM、RIGM、RIGGMの順番に、バイアスと正確度の両面で正確性が低下している。業種ごとに細分化された分析からの知見を付加しても、残余利益の差分をとる評価式においては、高次の差分をとるほど推計値の正確性が低下することが明らかになった。

図表9 業種ごとのバイアスと正確度の平均値

日経コード	産 業	bias_rim	bias_rigm	bias_riggm	accu_rim	accu_rigm	accu_riggm
1	食 品	-0.376	-5.645	-212.305	0.724	5.702	212.315
3	織 維	-0.403	-4.578	-155.163	0.741	4.751	155.181
5	パ ル プ・紙	-0.599	-3.624	-117.771	0.803	3.727	117.783
7	化 学	-0.393	-3.534	-107.410	0.709	3.654	107.435
9	医 薬 品	-0.950	-87.540	-188.492	1.638	87.596	188.498
11	石 油	-0.248	-3.097	-108.235	0.637	3.270	108.250
13	ゴ ム	-0.251	-4.638	-162.887	0.597	4.755	162.908
15	窯 業	-0.367	-3.523	-127.311	0.637	3.714	127.336
17	鉄 鋼	-0.400	-2.426	-74.893	0.692	2.707	74.933
19	非鉄金属製品	-0.427	-3.674	-134.295	0.689	3.834	134.309
21	機 械	-0.261	-3.155	-126.125	0.610	3.348	126.159
23	電 気 機 器	-0.186	-5.445	-227.927	0.619	5.599	227.954
25	造 船	-0.157	-2.921	-110.166	0.655	3.224	110.254
27	自 動 車	-0.593	-10.379	-346.024	0.880	10.501	346.040
29	輸 送 用 機 器	-0.254	-2.663	-92.434	0.620	2.903	92.461
31	精 密 機 器	0.030	-4.516	-290.211	0.564	4.672	290.239
33	そ の 他 製 造	-0.534	-5.932	-253.607	0.817	6.015	253.621
35	水 産	-0.985	-23.545	-452.231	1.393	23.621	452.234
37	鋳 業	-0.407	-9.953	-277.942	0.759	10.222	277.965
41	建 設	-0.455	-4.261	-137.571	0.666	4.488	137.596
43	商 社	-0.683	-6.252	-196.230	0.920	6.338	196.245
45	小 売 業	-0.382	-6.256	-254.432	0.775	6.339	254.446
53	不 動 産	-0.477	-17.787	-337.651	0.842	18.003	337.710
55	鉄 道・バ ス	-0.341	-7.892	-1272.892	0.917	7.951	1272.892
57	陸 運	-0.902	-5.788	-148.932	1.080	5.829	148.945
59	海 運	-0.212	-3.258	-106.145	0.732	3.434	106.177
61	空 運	-0.096	-5.160	-179.342	0.616	5.387	179.342
63	倉 庫	-0.652	-3.718	-106.836	0.844	3.842	106.853
65	通 信	-0.657	-20.700	-1117.334	1.127	20.798	1117.353
67	電 力	-0.434	-9.320	-324.085	0.903	9.366	324.104
69	ガ ス	-0.873	-10.738	-466.250	1.148	10.750	466.259
71	サ ー ビ ス	-0.130	-11.807	-493.619	0.642	11.917	493.632

VI. おわりに

以上、本稿では残余利益モデルおよびその後に公表された評価モデルについて検討を行なった。本稿の分析から導かれる結論として、理論的および実証的な観点のいずれにおいても、残余利益モデルを本質的に凌駕する評価モデルは存在していないという点が掲げられる。以下に、この結果を理論的観点と実証的観点から要約して説明する。

第1に、理論的には、CSRを媒介とすることによって、OJモデルの焦点を異常利益成長から残余利益の成長に移すことができた。そこでは、株主資本簿価を企業価値のアンカーとしてRIMと共有しつつ、将来の残余利益とその差分が株主資本を上回る価値のプレミアムを説明していた。それだけでなく、本稿では任意の確率変数に対して、その将来流列の割引現在価値の合計が、1期先の当該変数とそれ以降の差分の割引現在価値の合計を、割引率で資本還元した大きさとして表現されることを明らかにした。

その関係を繰り返し代入することによって、RIMはRIGMに、RIGMはさらにRIGGMに、それぞれ書き改められた。

同様の操作は、価値を推計するための中心的な変数を変更せず、高次の差分を主たる構成要素とする評価モデルへの発展を可能にする。つまり、理論的には高次の差分によるあらたな評価モデルの生成が無限に可能となるのである。このような事実から、われわれは単に残余利益の高次の差分をとった変数によって評価モデルを書き換えただけでは、基本となる残余利益モデルと同等以上の重要性をもつあらたなモデルとして位置づけることは適切ではないと考える。

第2に、実証的には、評価値を求める際に一定成長を仮定する鍵となる変数を残余利益、残余利益成長（残余利益の一階の差分）、あるいは残余利益成長の成長（残余利益の二階の差分）としたとき、それらの間でバイアスと正確度に関するパフォーマンスを実証的に比較した結果、残余利益の高次の差分を用いた評価式は、より大きな推計誤差をもたらすということである。たしかに、(18)式から理解されるように、予想期間を無限に拡大したとき、ペイオフの予想は高次差分の項を追加するほど正確になる。この点は、RIMからRIGGMにいたる一連の評価式の展開の理論的背景をなしていた。しかし、予想期間が有限であり、ターミナル・バリューの推計が必要とされる状況では、RIGMやRIGGMは、RIMよりも大きな評価誤差をもたらす可能性があった。

第V節で展開された実証分析の結果は、価値評価の鍵となる残余利益の予想が市場の期待を逸脱するかぎり、高次の差分による評価式の補完は、より大きな推計誤差をもたらすことを指し示していた。なお、本稿の実証結果は、RIMとOJモデルの正確性を比較した先行研究の実証結果と軌を一にしている。もちろん、この結果は、評価モデルの代数的な発展が今後も必要であることを否定していない。しかし、Lundholm and O'Keefe (2001a) が指摘するように、評価モデルそのものよりも、将来のペイオフに関する予想を洗練させることを優先すべきなのかもしれない。

ただし本稿では、資本市場で観測される株価を基準にして、推計された企業価値の正確性を測定した。そこでは、株価自体が公開されたあらゆる情報を反映していることが前提となっている。他方で、資本市場がここで想定するほど効率的でないとすれば、会計情報から推計された企業価値には、市場参加者が見落としている価値が含まれるかもしれない。Frankel and Lee (1998)によって検証されたように、各評価モデルから推計された企業価値によって、どの程度将来のリターン予想能力が異なるかについては、本稿の結論と異なる順位づけとなる可能性がある。

注

- 1) 評価式をもとに導かれた企業価値を観測される株価と比較する研究では、資本市場が効率的であることが前提とされている。それに対して、評価された企業価値をもとに投資戦略を構築して、超過リターンの獲得可能性を探る研究では、投資家によって看過される情報が存在する意味で、資本市場が非効率であることが想定されている。
- 2) 2期先以降の利益に内部留保に対する割引率に見合うリターンを超える成長がない場合に、PERは割引率の逆数に等しくなる。なお、次節で説明するように、Ohlson and Juettner-Nauroth (2005)における、割引率に相当する正常なリターンを超過する成長は、異常利益成長とよばれている (Penman, 2003)。
- 3) ただし、Ohlson (1995) で導出されたように、残余利益の時系列特性に一定の仮定をおいて導出された残余利益モデルの発展型はそこから除外される。
- 4) 実際には、5年後に株主資本利益率 (ROE) が所属産業の中央値に回帰する、あるいはGDPの平均成長率に回帰するなど、研究によって異なる仮定がおかれている。本稿の第IV節以降の実証研究も、中央値への回帰を仮定している。

- 5) OJモデルにおいて企業価値のアンカーとなる $E_t[X_{t+1}]/r$ は、1年後の予想利益が2年後以降恒久的に持続すると仮定した場合の資本還元価値である。それに対して AEG は $X_{t+i+1} + rD_{t+i} - (1+r)X_{t+i} = (X_{t+i+1} - X_{t+i}) - r(X_{t+i} - D_{t+i})$ のように変形され、 $t+i$ 期の内部留保 $(X_{t+i} - D_{t+i})$ に対する正常なリターンを、その後1会計期間における利益の成長額がどの程度上回っているかを意味する。AEGがゼロになる $(X_{t+i+1} - X_{t+i} = r(X_{t+i} - D_{t+i}))$ 場合、企業価値は $E_t[X_{t+1}]/r$ に一致する。すなわち、異常な利益成長がない場合、株価収益率（PER）が割引率の逆数に等しくなることを含意する。
- 6) その単純な構造にも関わらず、OJモデルを日本企業に充当させることは容易ではない。それは2期先以降の予想利益を入手することが困難だからである。米国では、証券アナリストによる複数期間の予想利益だけでなく、中長期の成長率に関する予想も利用可能であるが、日本では企業価値評価のインプットを経営者による1期先の予想利益に大きく依存している。経営者の予想利益のみから2期先以降の利益を推計するためには、第IV節で説明されるような、時系列でみた利益の動態に何らかの仮定を課す必要がある（畔上, 2016）。
- 7) $E_t[\Delta X_{t+2}^a]/r = \sum_{i=1}^{\infty} E_t[\Delta X_{t+i+2}^a]/(1+r)^i$ に注意すれば、 $\sum_{i=1}^{\infty} E_t[\Delta X_{t+i+1}^a]/(1+r)^i - E_t[\Delta X_{t+2}^a]/r = \sum_{i=1}^{\infty} E_t[\Delta X_{t+i+2}^a - \Delta X_{t+i+1}^a]/r(1+r)^i$ となる事が理解される。
- 8) クリーン・サープラス関係を仮定すれば理論的に同値となる複数の企業価値評価モデルの間で、実証的な優劣を比較する研究に意味があるのかという問いに対しては、対立する見解が示されている（Lundholm and O'Keefe, 2001a, 2001b; Penman, 2001）。もとより、理論的に同値であっても、インプットとなる変数が異なれば、当該変数の予測プロセスには自ずと違いが生じる。たとえば、DDMであれば将来の配当、RIMであれば将来の残余利益をそれぞれ予測する必要があるが、それらの予測プロセスはまったく同じではない。本稿の実証分析はこの点に鑑み、RIM、RIGMおよびRIGGMがそれぞれ別個の変数の予測を必要とするという考えに立脚している。さらに、各変数がサンプル中央値に収束するという標準的な成長率の仮定が3つの評価モデルの間で共有されているが、鍵となる変数が異なる以上、この仮定も導出される推計値に差異をもたらす要因となる。したがって、本稿では企業価値評価モデルそのものの優劣を比較していると言うより、代替的な評価モデルとそれらの鍵となる変数に関する仮定の両者をセットで比較していると言う方が正確である。なお、この点については石川（2010）も参照のこと。
- 9) これは、関数を多項式として展開するテイラー展開とのアナロジーとして捉えることができる。
- 10) 各サンプルの所属産業の中央値に残余利益率、残余利益の成長率および残余利益成長の成長率がそれぞれ5年で回帰すると仮定した場合についても、第V節の分析を実施している。結果として、図表5-8に掲げられるバイアスおよび正確度の評価モデル間での順位は変わらないものの、全体的に誤差が拡大している。なお、2025年1月に開催された第40回経営分析カンファレンスでのコメントを踏まえ、産業中央値を残余利益率等が上回る場合には5年、下回る場合には3年で回帰すると仮定するなど、回帰速度を非対称的に設定した場合についても検証を行った。このような設定は、特定年度の残余利益率の大きさをもとにサンプルを分類したうえで、残余利益率がプラスの場合とマイナスの場合とで平均回帰の速度が非対称になる事実を示したNissim and Penman（2001）、村宮（2010）および大日方（2013）第3章と整合的である。しかし、この分析によっても、第V節の分析結果に大きな変化はみられなかった。
- 11) 1-6期先に予想される残余利益の大きさから、残余利益の成長は、 $\Delta X_{t+i+1}^a = X_{t+i+1}^a - X_{t+i}^a$ 、残余利益成長の成長は、 $\Delta X_{t+i+2}^a - \Delta X_{t+i+1}^a = (X_{t+i+2}^a - X_{t+i+1}^a) - (X_{t+i+1}^a - X_{t+i}^a)$ によってそれぞれ求められる。
- 12) 以上の結果は、株主資本簿価、RI、RIGおよびRIGGの将来予測値について、上下1%の値を、それぞれ1パーセンタイルおよび99パーセンタイルの値に置き換える Winsorize 処理を施した場合でも大きく異ならなかった。さらに、上下2%、3%、4%、5%の Winsorize 処理を行った場合でも、同様の結果が得られた。

参考文献

- 畔上達也（2016）「経営者予想を用いた残余利益モデルと異常利益成長モデルの評価精度の比較」『現代ディスクロージャー研究』第15号、83-101頁。
- 石川博行（2010）「DDMとRIMの実証的な優劣比較の有効性」、桜井久勝編著『企業価値評価の実証分析：モデルと会計情報の有用性検証』中央経済社、第4章、86-108頁。
- 大日方隆（2013）『利益率の持続性と平均回帰』中央経済社。
- 新谷理（2009）「日本市場における線形情報ダイナミクスの検証：Dechow, Hutton and Sloan（1999）モデルの適用」『現代ディスクロージャー研究』第9号、43-62頁。
- 村宮克彦（2008）「経営者が公表する予想利益に基づく企業価値評価」『現代ファイナンス』第23巻、131-151頁。
- 村宮克彦（2010）「残余利益モデルを構成する財務比率の特性分析」、桜井久勝編著『企業価値評価の実証分析：モデルと会計情報の有用性検証』中央経済社、第9章、230-269頁。
- 矢内一利（2008）「Ohlson-Juettnerモデルに基づく企業価値推定値の株価説明力と評価の正確性の検証」『青山経営論集』第43巻第1号、255-273頁。
- 矢内一利（2010）「Ohlson-Juettnerモデルに基づく企業価値推定値の評価の正確性の検証」『青山経営論集』第44巻第4号、131-163頁。
- Dechow, P. M., A. P. Hutton and R. G. Sloan（1999）“An empirical assessment of the residual income valuation model,” *Journal of*

- Accounting and Economics*, Vol.26, Nos.1-3, pp.1-34.
- Fama, E. F. and K. R. French (1993) "Common risk factors in the returns on stocks and bonds," *Journal of Financial Economics*, Vol.33, No.1, pp.3-56.
- Fama, E. F. and K. R. French (1997) "Industry costs of equity," *Journal of Financial Economics*, Vol.43, No.2, pp.153-193.
- Francis, J., P. Olsson and D. R. Oswald (2000) "Comparing the accuracy and explainability of dividend, free cash flow, and abnormal earnings equity value estimates," *Journal of Accounting Research*, Vol.38, No.1, pp.45-70.
- Frankel, R. and C. M. C. Lee (1998) "Accounting valuation, market expectation, and cross-sectional stock returns," *Journal of Accounting and Economics*, Vol.25, No.3, pp.283-319.
- Gode, D. and P. Mohanram (2003) "Inferring the cost of capital using the Ohlson-Juettner model," *Review of Accounting Studies*, Vol.8, No.4, pp.399-431.
- Jorgensen, B. N., Y. G. Lee and Y. K. Yoo (2011) "The valuation accuracy of equity value estimates inferred from conventional empirical implementations of the abnormal earnings growth model: US evidence", *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol.38, Nos.3-4, pp.446-471.
- Lai, C. (2015) "Growth in residual income, short and long term, in the OJ model," *Review of Accounting Studies*, Vol.20, No.4, pp.1287-1296.
- Lai, C. (2020) "A note on a framework for valuation ratios based on fundamentals," *Contemporary Accounting Research*, Vol.37, No.4, pp.2213-2223.
- Lee, C. M. C., J. Myers and B. Swaminathan (1999) "What is the intrinsic value of the Dow?" *The Journal of Finance*, Vol.54, No.5, pp.1693-1741.
- Lundholm, R. and T. O'Keefe (2001a) "Reconciling value estimates from the discounted cash flow model and the residual income model," *Contemporary Accounting Research*, Vol.18, No.2, pp.311-335.
- Lundholm, R. and T. O'Keefe. (2001b) "On comparing residual income and discounted cash flow models of equity valuation: A response to Penman (CAR, Winter 2001)," *Contemporary Accounting Research*, Vol.18, No.4, pp.693-696.
- Nissim, D. and S. H. Penman (2001) "Ratio analysis and equity valuation: From research to practice," *Review of Accounting Studies*, Vol. 6, No. 1, pp. 109-154.
- Ohlson, J. A. (1995) "Earnings, book values, and dividends in equity valuation," *Contemporary Accounting Research*, Vol.11, No.2, pp.661-687.
- Ohlson, J. A. (2005) "On accounting-based valuation formulae," *Review of Accounting Studies*, Vol.10, No.2, pp.323-347.
- Ohlson, J. A. and B. E. Juettner-Nauroth (2005) "Expected EPS and EPS growth as determinants of value," *Review of Accounting Studies*, Vol.10, No.2, pp.349-365.
- Ohlson, J. A. and Z. Gao (2006) *Earnings, Earnings Growth, and Value* (Foundations and Trends® in Accounting), Now Publishers.
- Penman, S. H. and T. Sougiannis (1998) "A comparison of dividend, cash flow, and earnings approaches to equity valuation," *Contemporary Accounting Research*, Vol.15, No.3, pp.343-383.
- Penman, S. H. (2001) "On comparing cash flow and accrual accounting models for use in equity valuation: A response to Lundholm and O'Keefe (CAR, Summer 2001)," *Contemporary Accounting Research*, Vol.18, No.4, pp.681-692.
- Penman, S. H. (2003) *Financial Statement Analysis and Security Valuation* (2nd ed.), New York: McGraw-Hill.
- Penman, S. H. (2012) *Financial Statement Analysis and Security Valuation* (5th ed.), New York: McGraw-Hill.